Mathematik-Prüfungstraining

5. Thema: Was muss ich ohne Taschenrechner rechnen können?

Gehirntraining für Mathe

1. Sei zu faul, den Taschenrechner zu benutzen anstatt zu faul, dein Gehirn zu trainieren!
   Jede im Kopf gerechnete Aufgabe trainiert dein Gehirn und macht dich besser und schneller.
2. Auch in Mathe gibt es einige „Vokabeln", die man auswendig kennen sollte und die einem überall helfen können:
   - kleines Einmaleins! $3 \cdot 8$, $6 \cdot 7$, $4 \cdot 8$, $9 \cdot 6$ etc. sollten wie aus der Pistole geschossen beantwortet werden
   - Quadratzahlen von 1 bis 20 (mindestens rückwärts: Welches sind Quadratzahlen? 361, 287, 196, 141, 225)
   - Primzahlen zwischen 1 und mindestens 20, wenn nicht 100 (muss man nicht auswendig aufsagen können, sollte man aber erkennen, wenn man sie sieht: Welches sind Primzahlen? 39, 23, 41, 5, 21, 17, 51, 37, 93, 59)
   - einige häufige Brüche als Dezimalzahlen: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \ldots$
   - Teilbarkeitsregeln: Woran erkennt man, ob eine Zahl durch 2 / 3 / 4 / 5 / 6 / 8 / 9 / 10 teilbar ist?
   - binomische Formeln
   - Satz des Pythagoras
   - Lösungsformel für die Nullstellen quadratischer Gleichungen (Mitternachtsformel)
3. Rechengesetze auswendig zu lernen bringt meistens nicht viel; man muss sie durch häufiges Üben verinnerlichen (Gleichungen umformen!!). Fehler machen ist erlaubt und nötig – aber nur, wenn man sie sich anschließend bewusst macht und daraus lernt!
4. Was man sich schnell herleiten kann, sollte man nicht auswendig lernen, sondern sich jedes Mal neu überlegen.
   Beispiele: Umrechnung von mm² in dm² / Nullstellen von sin/cos (Einheitskreis) / Umrechnung Grad/Bogenmaß
5. Beim Hinschreiben immer mitdenken und vereinfachen!
   z.B. ist beim Umformen von Gleichungen der Schritt $:\frac{1}{2}$ unnötig kompliziert! Rechne stattdessen $\cdot\, 2$!

Übungsaufgaben im Netz

Übungsaufgaben mit Lösungen auf http://www.raschweb.de

Wachhalten/Diagnostizieren-Aufgaben mit Lösungen
auf http://lehrerfortbildung-bw.de/faecher/mathematik/gym/fb1/modul4/basis/:

Übungsaufgaben mit schrittweiser Hilfestellung und sofortiger Korrektur auf http://www.mathegym.de:

Rechenregeln in Videoform erklärt, mit kleinen Zwischenfragen (Vorlesung zur Vorbereitung aufs Mathestudium, behandelt aber elementaren Schulstoff recht anschaulich und ausführlich): http://capira42.appspot.com

Aufgaben

$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=$ _____ (Bruch) = ______ (Dezimalzahl) $\frac{3}{10}-\frac{2}{15}=$ ______ $\frac{3}{8}-\frac{3}{16}=$ ______

$\frac{5}{3}-\frac{3}{5}=$ ______ $\frac{5}{12}+\frac{7}{8}=$ ______ = ______ $\frac{21}{5}\cdot\frac{15}{14}=$ ______ $10\cdot\frac{1}{4}=$ ______

$10:\frac{1}{4}=$ ______ $21:0{,}7=$ ______ $11\cdot 1{,}1=$ ______ $0{,}13\cdot 13=$ ______

$0{,}13\,\%$ von $130=$ ______ $\frac{84}{154}=$ ______ $\frac{13}{65}\cdot 100=$ ______ $\frac{144}{36}=$ ______

2,5 Trillionen = ____________________ $= 2{,}5\cdot 10^{\text{---}}$ 10^{17} ist eine 1 mit _____ Nullen $10^{-3}=$ _______

$\frac{9}{14}:\frac{6}{7}=$ ______ $\frac{-27}{5}\cdot\left(-\frac{10}{81}\right)=$ ______ $\frac{2}{35}+\frac{1}{45}=$ ______ = ______ $\sqrt{\frac{49}{100}}=$ ______

$\frac{32}{x}\cdot\frac{3x}{16}=$ ______ $\frac{3}{4x}:\frac{4x^2}{9}=$ ______ $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}=$ ______________ = ______________

75 % von $\frac{1}{3} =$ _______ = _________ 75 % $+ \frac{1}{3} =$ _________ = ___________

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \Rightarrow c =$ ________________ , $b =$ ___________________ $\frac{\frac{x^2}{yz}}{\frac{xy^2}{z^2}} =$ ___________

$5{,}3 \cdot 10^4 - 3{,}2 \cdot 10^3 =$ __________ $\left(\frac{3}{5}\right)^3 =$ _________ $\sqrt[3]{\frac{8}{1000}} =$ _________

$-(-3+7) =$ _______ $(-x+2)^2 - (x-2)^2 =$ ______________ $-(-x^2 - y^2) =$ _________

$(-x) \cdot (-y^2) =$ _______ $(-xy)^3 + x^3 \cdot (-y^3) - x^2y \cdot (-x) \cdot (-y)^2 =$ _____________________

$(x+y+z)^2 =$ __________________________ $(a+b)^3 =$ ______________________________

$(-x-y)^2 - (x+y)^2 =$ ________________________ $(a^{-1}+b)^2 =$ ______________________________

$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 : \left(\frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{4}\right) =$ __________________________ $(a \cdot b)^2 + (b \cdot a)^2 =$ _______________________

$\sqrt{12x^2y} =$ _________ $\sqrt{63} \cdot \sqrt{28} =$ ____________ $\sqrt{9+16} =$ ___________

$\sqrt{81 - 9x^2} =$ ____________ $\sqrt{4x^2 - 16xy^2 + 64y^4} =$ ______________ $\sqrt[3]{100x} \cdot \sqrt[3]{80x^2} =$ _________

$\sqrt{a^4 + a^2} =$ ___________ $\left(\sqrt{3x^3} + \sqrt{75x}\right)^2 =$ _________________ $\sqrt{a^4} + \sqrt{a^2} =$ ___________

$\left(\sqrt{x\sqrt{x}}\right)^4 =$ _________ $\left(\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{x}}\right)^4 =$ ____________ $\left(\sqrt[4]{x^2}\right)^3 =$ __________

$\log_2 32^x =$ _________ $\sin^2(20°) + \cos^2(20°) =$ _________ $2^7 \cdot 5^5 : 10^6 =$ _________

$\ln e^5 =$ ________ $\log_2 5 - \log_2 \frac{15}{16} + \log_2 6 =$ _____________ $\ln\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) =$ _________

$x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{7}{3}} =$ _________ $\sqrt[7]{b^{12}} : b^{-\frac{9}{7}} + b^{\frac{9}{3}} =$ ___________ $\left(m^{\frac{4}{5}} \cdot n^{\frac{12}{5}}\right)^{\frac{5}{2}} =$ _________

250 cm² = _________ m² 300 hl = __________ l = ___________ dm³ = ___________ m³

0,06 km² = ________ ha = __________ m² Volumen eines 30 cm x 2 m x 1,5 m Quaders: ________

30° im Bogenmaß: _________ 10° 15‘ = 10,___° 8,8° = 8° ____‘ $\frac{\pi}{5}$ im Gradmaß: _________

1000° = ____ ganze Umdrehungen plus _____° 5,5 Umdrehungen = _______° (im Bogenmaß: _______)

$0{,}125 + \sqrt[3]{0{,}125} + \frac{1}{8} + 25\ \% =$ ________________ $\frac{150\ \% \cdot 1{,}5}{15^2} =$ _________________

Ein Pullover kostet im Winterschlussverkauf 21 €, nur 30 % des Originalpreises von ________ €.

20 % von 50 % von 140 kg sind _______ kg. 7 ml von 0,5 l sind ________ %.

Ein Wachstum von 1,20 m auf 1,50 m entspricht einer Zunahme um ______ %.

Auf eine Geldanlage gibt es jährliche Zinsen von 10 %, die wieder angelegt werden. Um wieviel % ist das ursprüngliche Kapital nach 2 Jahren angewachsen?

Löse das Gleichungssystem: I) $2x - 3y = 7$ II) $x + 2y = 7$

Löse das Gleichungssystem: I) $x + y = 1$ II) $xy = -30$

Finde den Fehler: $3 \cdot \left(\frac{11}{x} \cdot \frac{x^2}{3}\right) = \frac{33}{x} \cdot x^2 = 33x$ $\left(\sqrt{c} + \sqrt{c}\right)^2 = 2 \cdot \sqrt{c}^2 = 2c$ $\frac{3x^2}{5x} : x = \frac{3x}{5} = \frac{3}{5}x$

$$\begin{aligned} a &= b && \mid +a \\ 2a &= a + b && \mid -2b \\ 2a - 2b &= a - b && \mid \text{2 ausklammern} \\ 2(a-b) &= a - b && \mid :(a-b) \\ 2 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x &= 0 && \mid +2x \\ x^2 &= 2x && \mid :x \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 25 &= 0 && \mid +25 \\ x^2 &= 25 && \mid \sqrt{\ } \\ x &= 5 \end{aligned}$$

$10\text{ ct} = \frac{1}{10}€ = \frac{1}{2}€ \cdot \frac{1}{5}€ = 20\text{ ct} \cdot 50\text{ ct} = 1000\text{ ct}$

Wie nennt man ein Parallelogramm, dessen Diagonalen aufeinander senkrecht stehen?

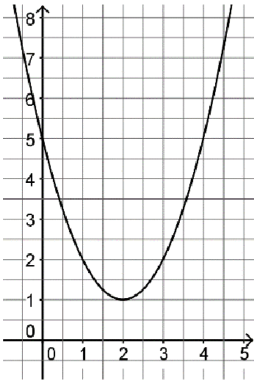
Wie nennt man ein gleichschenkliges Trapez, in dem einer der Innenwinkel 90° beträgt?

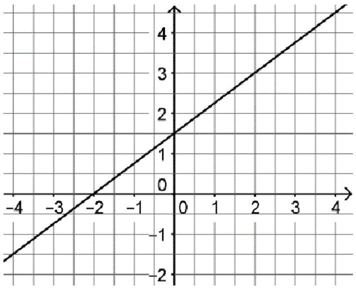
Analysis:

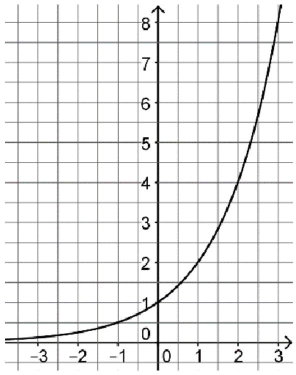
Gib zu den folgenden Funktionen jeweils die Wertemenge, die Nullstellen sowie das Verhalten im Unendlichen an:

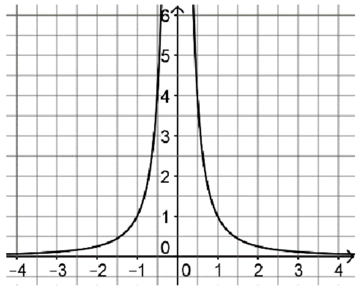
$f(x) = \sin(x)$	$g(x) = \cos(3x)$	$h(x) = 3\sin(x-1)$	$k(x) = 2\cos(x) - 3$
$p(x) = e^x$	$q(x) = -e^{2x}$	$r(x) = 2e^{-x}$	$s(x) = 1 - e^{-x}$
$u(x) = \ln(x)$	$v(x) = \ln\lvert x\rvert$	$w(x) = \ln(3x)$	$z(x) = \ln(x-2) + 1$
$a(x) = x^2 - 4$	$b(x) = (x+3)^2$	$c(x) = -(x-3)^2 + 1$	$d(x) = 3(x-2)^2 - 5$

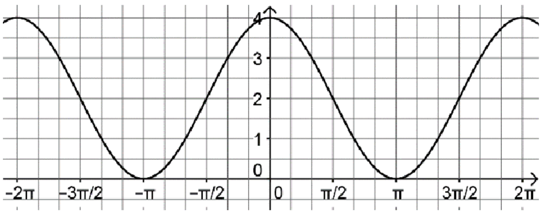
Bestimme Funktionsterme zu den folgenden Funktionsgraphen:

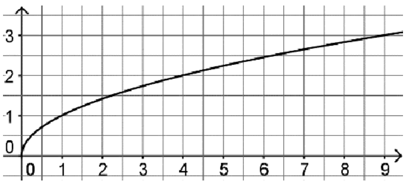


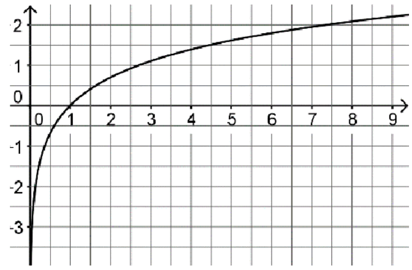












Analytische Geometrie:

- Gib einen Vektor an, der die gleiche Richtung hat wie $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix}$, aber nur ein Drittel seiner Länge.
- Ist es möglich, den Vektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ als Linearkombination $a \cdot \vec{u} + b \cdot \vec{v}$ aus $\vec{u} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ zu bilden?
  Welche Werte müssten a und b haben?
- Berechne den Abstand der beiden Punkte $P(3|3|-2)$ und $Q(-3|1|-5)$ voneinander.
- Gib einen Vektor an, der senkrecht auf $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ steht und die gleiche Länge hat wie $\vec{v}$.
  Begründe, dass es mehr als eine Lösung gibt.

Stochastik:

- Es gilt $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
  Berechne den Wert von $\frac{\binom{3}{1}\binom{2}{2}}{\binom{5}{3}}$ und gib eine dazu passende Fragestellung (Aufgabe) aus der Stochastik an.